

LLM と JEPA 世界モデルの原理および情報の十分性

復習・講義用ノート・2026 年 10 月 6 日・著者：劉 慶豊

本ノートは、今回の議論で形成された概念枠組みを整理したものである。文献の結論には該当箇所に
出典を記す。反例、導出、講義の枠組みは本ノート自身の分析であり、論文がすでに証明した結果と取
り違えてはならない。

中心となる認識はこうである。世界モデルの難しさは、埋め込みがどう変化するかを予測するこ
とだけでなく、埋め込みが何を保持するかにある。予測誤差が小さいこと、崩壊を防ぐこと、意
思決定に必要な情報を保持すること、真の潜在座標を復元することは、四つの異なる水準の問題
である。

1 記号と概念の統一

記号	意味	区別すべき対象
s_t	存在を仮定する真の環境状態	直接観測できるとは限らない
x_t	時点 t の観測値	画像、センサー値、テキスト記録など
a_t	時点 t にとる行動	数値特徴または token として符号化できる
H_t	履歴 $(x_{1:t}, a_{1:t-1})$	単一の観測で不十分なときに履歴が必要
E_ϕ	エンコーダ（埋め込み写像）	関数であり、埋め込みベクトルそのものではない
z_t	学習された埋め込み $E_\phi(H_t)$	自動的に s_t と等しくはならない
F_θ	埋め込みのダイナミクス予測器	MLP、Transformer など任意のモデルでよい

「埋め込み表現」はエンコーダによる写像で得られることを強調する語であり、「潜在表現」はより広
い語で、生成モデルを必ずしも含意しない。 $x_t = g(s_t)$ を明示的に仮定する場合は、真の潜在状態 s_t
と学習された埋め込み z_t を区別すべきである。

厳密な統計用語では x_t は観測値であり、 $x_1, \dots, x_T$ が標本を構成する。機械学習では sample を
個々のデータ点の意味で使うことが多いが、本ノートではこの混用を避ける。

環境が部分観測的であれば、 H_t を用いても s_t が定まるとは限らない。その場合、妥当な対象は信念状態 $b_t(s) = p(s_t = s \mid H_t)$ 、あるいは関連する予測についてそれと同値な表現であろう。観測されていない情報を決定的エンコーダが無から復元することは要求できない。

2 LLM と JEPA の直接的な違い

2.1 自己回帰 LLM は次 token の分布を予測する

テキスト系列の第 j 番目の token を u_j と書き、token の位置と環境の時刻 t を混同しないようにする。自己回帰モデルが学習するのは

$$p_\theta(u_{j+1} \mid u_{1:j}).$$

一つの位置での損失は負の対数確率である：

$$\ell_j(\theta) = -\log p_\theta(u_{j+1} \mid u_{1:j}).$$

したがって LLM は単なる点予測を行っているのではない。token の水準で条件付き分布を与えており、一つの token を選ぶ・サンプルするのはその後の生成ステップである。事前学習済み LLM は複数のタスクを支えることもでき、単一タスクの KPI モデルと同一視することはできない。[1]

2.2 JEPA はターゲットデータの埋め込みを予測する

時間予測の簡略形は次のとおりである：

$$z_t = E_\phi(H_t), \quad \hat{z}_{t+1} = F_\theta(z_t, a_t).$$

学習目的には埋め込みの予測誤差を用いることができる：

$$\ell_t(\theta, \phi) = \|F_\theta(z_t, a_t) - z_{t+1}\|^2.$$

JEPA は別のビューや遮蔽された部分を予測することもでき、隣接時点に限らない。エンコーダ、ターゲットエンコーダ、およびその学習の仕組みは実装ごとに異なる。上は講義用の時間ダイナミクス版であり、すべての JEPA に共通する実装ではない。[2]

違いは予測の水準にある。自己回帰 LLM の直接の教師信号は token、JEPA の直接の教師信号は学習された埋め込みである。どちらも内部表現を形成し、どちらも世界モデルのシステムに組み込まれる。二乗誤差による埋め込み予測それ自体は、将来の条件付き分布全体を与えない。

3 Loss と risk の厳密な区別

T 個の時点に対し、隣接する遷移は $T - 1$ 個ある。一回分の損失は前節の ℓ_t であり、学習の経験リスクは

$$\hat{R}_T(\theta, \phi) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T-1} \ell_t(\theta, \phi).$$

対応する母集団の平均リスクは

$$R_T(\theta, \phi) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T-1} \mathbb{E}[\ell_t(\theta, \phi)].$$

各期の遷移が同一の分布に従う場合、たとえば適切な定常設定のもとで初めて、単一の期待値 $\mathbf{R} = \mathbb{E}[\ell_t]$ と書ける。経験リスクはコードでは training loss と呼ばれることが多いが、理論上は水準を明確にすべきである。

時系列の観測は独立である必要はない。経験リスクが母集団リスクに近づくかどうかには、適切な依存構造、エルゴード性、その他の大数の法則の条件が必要であり、平均を書いただけでは一致性は保証されない。

$\mathbf{E}$ を固定したとき、二乗誤差のもとで関数クラスの制約がない最適な $\mathbf{F}$ は条件付き期待値である：

$$\mathbf{F}^*(z, a) = \mathbb{E}[Z_{t+1} \mid Z_t = z, A_t = a].$$

この結論には二次モーメントの存在が必要で、議論の対象となるデータ分布に対して成り立つ。将来に複数の可能性がある場合、条件付き期待値は条件付き分布全体の代わりにはならない。不確実性を表現する必要があるなら、確率的な遷移モデル、たとえば $p_\theta(z_{t+1} \mid z_t, a_t)$ を、適切なスコアリングルールとともに学習すべきである。

4 汎用表現から世界モデルへ

モデル化の方式	中核構造	学習するもの
専用の予測・方策	$(x, a) \rightarrow \text{KPI}$ または $x \rightarrow a$	特定の目的に向けた写像
表現＋タスクモジュール	$x \rightarrow z \rightarrow \text{KPI}$	再利用可能な特徴とタスク写像
表現＋ダイナミクスモデル	$(z_t, a_t) \rightarrow z_{t+1}$	行動条件下での環境の推移。さらにプランニングに使える

これら三つは組み合わせることができる。二番目にダイナミクスの学習を加えれば三番目に至る。互いに排他的なモデル族ではなく、「三番目は必ず精度が低い」といった一般的な序列もない。

専用性と再利用性の選択には、情報の圧縮、データ量、帰納バイアス、モデル誤差、計算コストが関わり、古典的な bias-variance 分解とそのまま同一視することはできない。

世界モデルは報酬や制約のモジュールなしでも研究できる。報酬、制約、プランニングは応用時に加わる部分であり、状態ダイナミクスの原理を説明する段階で先に導入する必要はない。

5 LLM を用いた世界モデルの流れ

5.1 符号化

観測履歴と過去の行動を入力として構成し、LLM の隠れ層特徴を取り出して、集約または射影により $z_t = E_{\text{LLM}}(H_t)$ とする。入力に画像などのモダリティが含まれる場合は、対応するモダリティエンコーダかマルチモーダルモデルが必要になる。tokenization、切り詰め、集約、射影のいずれも情報を失いうる。

5.2 ダイナミクスの学習

(z_t, a_t, z_{t+1}) を用いて F を学習する。簡単な出発点は、エンコーダを固定して予測器だけを学習することである。エンコーダを固定すれば同時学習で生じる退化の一部は避けられるが、その情報が十分であることは保証されない。

LLM は E だけを担ってもよいし、 F も同時に担ってもよい。行動は数値特徴として入力しても、token として符号化してもよい。行動による条件付けに特別なアーキテクチャは要らない。

5.3 環境の予測から目的に応じた行動選択へ

ここまでの E と F が答えるのは、「現在どの状態にあり、異なる行動をとるとどう変化しうるか」である。「それらの変化のうちどれが目的により適うか」には答えていない。たとえば同じ運動予測モデルを、指定位置への到達にも、ある位置の回避にも使える。環境のダイナミクスは同じで、行動選択の基準が異なる。

行動を選ぶ必要があるときに初めて、タスクの目的を別途導入する。この目的を数式で書くために、タスク g による状態と行動の評価を $U_g(s, a)$ で表し、ここではタスク効用と呼ぶ。これは予測精度の指標ではなく、エンコーダやダイナミクス予測器に必須の学習目的でもない。たとえば到達タスクでは目標位置に近いほど評価が高い関数を使い、回避タスクでは別の評価を使う。具体的な意思決定では将来の評価の累積や軌道に対する目的が必要になることもあるが、本ノートではそれらの形には立ち入らない。

学習段階では、予測器が出力した次期の埋め込み $F(z_t, a_t)$ と、実際の次期の観測履歴を符号化した埋め込み z_{t+1} を比較し、その差でモデルを学習する：

$$\ell_t = \|F(z_t, a_t) - z_{t+1}\|^2.$$

ここで ℓ_t は次期の埋め込みに対する一回分の予測損失であり、実際の学習では第3節で定義した標本平均、すなわち経験リスクを最小化する。

意思決定段階では、候補となる各行動 a について $F(z_t, a)$ で次期の埋め込みを予測し、タスク効用で対応する帰結を評価して行動を選ぶ。先の真の状態座標での $U_g(s, a)$ と区別するため、埋め込み座標でのタスク評価を $\tilde{U}_g(z, a)$ と書く：

$$a_t^* \in \arg \max_a \tilde{U}_g(F(z_t, a), a).$$

ここでは、埋め込みがそのタスクに必要な情報を保持していることが求められる。上式は決定的ダイナミクス、または点予測を用いる場合の一段階の意思決定の簡略形である。確率的な帰結を考慮する必要があるなら、予測分布のもとでの期待効用を評価すべきであり、一般には予測平均の効用で期待効用を代用することはできない。

候補となる行動系列が与えられると、世界モデルは後続の状態表現またはその分布を予測し、タスクモジュールがその予測された帰結を評価して行動を選ぶ。一つの行動を実行したら新たな観測を得て再符号化し、累積誤差を修正する。以下で環境表現と予測の十分性を分析する際には、タスク効用を事前に学習しておくことは要求しない。第8節で座標変換後の意思決定の同値性を説明するときだけに、再びこれを用いる。

行動のカバレッジ、情報の十分性、多段階の誤差、行動効果の識別は、すべての世界モデルに共通する問題であり、これらの要件を理由に LLM 路線だけを否定することはできない。

6 崩壊の防止は状態情報の保持と等しくない

6.1 定数埋め込みへの退化

エンコーダがすべての履歴を定数 $\mathbf{c}$ に写し、 $F(\mathbf{c}, \mathbf{a}) = \mathbf{c}$ ならば、埋め込みの予測誤差はゼロになりうる。モデルは環境の情報を一切学んでいない。

6.2 ガウス正則化の役割と限界

LeJEPA の SIGReg は、観測を符号化して得られる埋め込みの分布を等方的ガウス分布に近づける。記号では $E(H) \stackrel{d}{\approx} \mathcal{N}(\mathbf{0}, I)$ であり、個々の確定した $E(H_t)$ そのものが確率分布であることを要求するのではない。分布の形を制約するので、定数などの崩壊解を排除できる。これは LeJEPA 固有の方式であり、すべての JEPA がガウス制約を採用しなければならないという意味ではない。[2]

正則化項は通常、一つのバッチの埋め込みが作る経験分布に対して計算され、個々の観測の損失の単純平均に分解できるとは限らない。

6.3 ガウス性を保ちながらダイナミクスの情報を失う反例

ロボットを考える。観測不足の問題を除くため、現在位置 $\mathbf{p}_t$ と直前の移動距離 $\mathbf{u}_t$ を直接観測できる、すなわち $\mathbf{x}_t = \mathbf{s}_t = (\mathbf{u}_t, \mathbf{p}_t)$ と仮定する。行動 $\mathbf{a}_t$ はこのステップの移動距離であり、真のダイナミクスは

$$\mathbf{u}_{t+1} = \mathbf{a}_t, \quad \mathbf{p}_{t+1} = \mathbf{p}_t + \mathbf{a}_t.$$

エンコーダが直前の移動距離だけを保持し、予測器が現在の行動をそのまま出力するとする：

$$\mathbf{z}_t = E(\mathbf{x}_t) = \mathbf{u}_t, \quad F(\mathbf{z}_t, \mathbf{a}_t) = \mathbf{a}_t,$$

すると $F(\mathbf{z}_t, \mathbf{a}_t) = \mathbf{z}_{t+1}$ となり、各期の埋め込み予測誤差はすべてゼロである。しかしロボットの現在位置 $\mathbf{p}_t$ は捨てられている。位置が異なり直前の移動距離が同じ二台のロボットは同じ埋め込みを持ち、同じ行動をとった後も次期の位置は異なる。したがって $\mathbf{z}_t$ と $\mathbf{a}_t$ だけでは次期の位置を決められない。

学習時の行動 $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \dots$ が独立に標準ガウス分布に従い、 $\mathbf{u}_1 = \mathbf{a}_0$ とすれば、 $\mathbf{z}_t = \mathbf{u}_t = \mathbf{a}_{t-1}$ も標準ガウス分布に従う。長い系列の埋め込みの経験分布はこの分布に近づきうる。有限系列では経験分布が連続のガウス分布に厳密に一致することは要求しない。ここでの $\mathbf{u}_t$ は行動に応じて変化する、時間的に不変な定数ではない。

こうして、ガウス分布の制約と埋め込み予測誤差ゼロが同時に成り立ちながら、将来の位置の予測に必要な情報は失われうる。これは本ノートが構成した原理的な反例であり、一次元の埋め込みで二次元

の状態を圧縮し、行動条件付きの予測器を用いている。第 7 節の等次元 OU 整合定理の条件を満たさないで、その定理への反論ではない。

この反例が示すのは、保持された情報についての予測可能性と、保持すべき情報についての十分性は別物だということである。

7 2026 年の識別可能性の結果は何を証明したのか

Klindt、LeCun、Balestrierio の論文 *When Does LeJEPa Learn a World Model?* の主要な正の結果が扱うのは、標準ガウスの潜在状態、共通の相関係数を持つ OU 型遷移、等次元の埋め込み、そして母集団での最適な隣接埋め込みの整合である。得られる結論は $E(g(s)) = Qs$ で、 Q は直交行列である。[3, § 3–5]

その中核となるダイナミクスは

$$s_{t+1} = \rho s_t + \sqrt{1 - \rho^2} \eta_t, \quad \eta_t \sim \mathcal{N}(0, I), \quad \eta_t \perp s_t.$$

OU は Ornstein–Uhlenbeck の略で、金融でおなじみの平均回帰過程である。上はゼロ平均・定常分散 1 の離散形である。

注意すべき点として、この主要な目的は $E(x_{t+1})$ と $E(x_t)$ を直接整合させるもので、任意の学習可能な予測器 F はない。論文は次元の不一致、有限データ、最適化の限界を認めており、行動条件付きの遷移は別に学習する必要がある。近似的な最適性の保証は、任意の生成過程の誤特定に対する頑健な保証ではない。[3, § 7–8、付録 D]

これらの条件は観測写像が複雑であることを許すが、潜在ダイナミクスを一般的なものにするわけではない。この定理を「ガウス正則化は汎用世界モデルが状態情報を保持することを保証する」と述べることはできない。任意の g について復元するには、観測が十分な情報を含み、目標とする写像をエンコーダで実現できることも必要である。 g が異なる状態を同じ観測に写すなら、一回の観測でそれらを区別することはできない。

8 座標の復元と情報の保持は異なる要求である

要求	表現	意味
元の座標の復元	$z = s$	最も強い座標の要求
直交復元	$z = Qs$	回転と鏡映を許し、ユークリッド距離と角度を保つ
可逆な線形符号化	$z = As$	情報を保ち、伸縮とせん断を許す
可逆な非線形符号化	$z = h(s)$	情報を保つが、ユークリッド幾何を保つとは限らない
関連情報の十分性	$z = q(s)$ 、多対一も可	指定した予測や意思決定に影響しない区別は捨ててよい

h が可逆なら、決定的ダイナミクス $s_{t+1} = f(s_t, a_t)$ は新しい座標で次のようになる：

$$z_{t+1} = h(f(h^{-1}(z_t), a_t)).$$

以上は環境ダイナミクスの変換を示すだけで、効用関数は要らない。さらに第 5.3 節のタスク上の意思決定を考えるなら、元の状態座標での評価 $U_g(s, a)$ も埋め込み座標での評価に書き換える必要がある：

$$\tilde{U}_g(z, a) = U_g(h^{-1}(z), a).$$

これは同じ状態と行動を新しい座標で表しているだけで、タスクの目的を取り替えるのではない。ダイナミクスとタスク評価を一貫して変換すれば、対応する行動の帰結と評価は変わらず、意思決定問題は同値になる。したがって可逆な変形は必ずしも情報を失わない。ダイナミクスの予測だけを論じるなら、タスク評価の層はひとまず省いてよい。

ただし、変形によってもともと単純だった関数が複雑になることはある。情報が同値でも、有限のネットワーク、有限のデータ、有限の計算資源のもとで同じように学習しやすいとは限らない。確率的な遷移なら、平均だけでなく確率核全体を変換すべきである。

h が多対一なら、 z が依然として有効な動的状態であるためには、より強い併合条件が必要になる。併合される状態どうしは、同じ行動のもとで次期の同値類への遷移確率が等しくなければならず、タスクに関わるならその関連する結果も一致しなければならない。任意の圧縮が自動的にマルコフ性を保つわけではない。

9 必要な情報の十分性をどう定義するか

まず将来変数のクラス Y 、行動の範囲、予測の期間を固定する。理想的な要求は、行動計画を与えたとき、 z_t を用いても完全な履歴 H_t を用いても同じ Y の分布が得られることである。たとえば介入の意味では

$$\mathcal{L}(Y \mid H_t, \text{do}(\mathbf{a})) = \mathcal{L}(Y \mid z_t, \text{do}(\mathbf{a})).$$

ここで $\mathbf{a}$ は将来の行動系列、 $\mathcal{L}$ は条件付き分布を表す。この式は十分性の定義としての要求であり、JEPA の損失から自動的に導かれる結論ではない。観察データから介入分布を識別するにはさらに条件が必要である。

現在の行動方策のもとでの一段階予測について十分であっても、新しい方策や長期の予測について十分とは限らない。ある Y のクラスについて十分であっても、別の将来変数について十分とは限らない。

介入を論じないなら、まず観測の条件付き分布 $p(Y \mid H_t, a_t) = p(Y \mid z_t, a_t)$ を検証できる。これはそのデータ分布のもとでの予測の十分性を示すだけであり、追加の仮定なしに行動の因果的評価に用いることはできない。

10 なぜ完全な画像の予測は一般的な解答にならないのか

将来の完全な画像をターゲットにすると、背景、テクスチャ、照明など予測可能な細部まで評価に含まれる。画像に対する情報の保持は確認できるが、学習したい状態空間に対応するとは限らない。

一方、「関連する将来の情報」で直接評価するなら、何をもって関連とするかの基準を示さなければならない。次の三つの場合がある：

評価対象	検証できること	そこから導けないこと
将来の完全な観測	観測に対する予測能力	適切な抽象状態がすでに得られていること
独立に測定した状態の代理変数 (位置や速度など)	それらの状態量に対する 予測能力	測定していない状態についても十分 であること
あるタスクの結果や達成度	そのタスクに対する有効 性	将来の任意のタスクについて十分で あること

埋め込みの予測を直接評価すると、評価のターゲットがエンコーダとともに変わるという問題がある。運動を保持するエンコーダと静的な背景だけを保持するエンコーダとでは、誤差のスケールも予測の難しさも異なり、生の MSE を状態の質の比較に直接使うことは通常できない。

したがって、埋め込み誤差が小さい、分布が崩壊していない、あるいは一つのタスクで成功したというだけでは、その表現が開かれた範囲の将来タスクに適していることの単独の証明にはならない。

11 潜在空間はなぜタスクによって変わるのか

仮定上の完全な物理状態 $\mathbf{s}$ と、タスクに必要な抽象状態 $\mathbf{s}^{(g)} = \mathbf{q}_g(\mathbf{s})$ を区別すべきである。タスクが変わっても真の物理世界が変わるわけではないが、妥当な状態の取捨は変わる。

たとえば観測に物体の位置と背景色が含まれるとする。運動だけを予測するなら背景色は無視できるかもしれないが、シーンや色を識別するなら保持しなければならない。背景に障害物が含まれるなら運動にとっても重要になりうるので、「背景」という名前だけで無関係と判断することはできない。

完全な生成メカニズムを指定しなければ、「真の潜在空間」にも複数の同値なモデル化がありうる。物理的仮定における状態なのか、観測可能な履歴が支える予測状態なのか、あるタスクの最小十分状態なのかを明確にする必要がある。

2 ビットの例

$\mathbf{x} = (\mathbf{p}, \mathbf{b})$ とし、位置カテゴリ $\mathbf{p}$ と背景カテゴリ $\mathbf{b}$ はいずれも 0 か 1 をとる。符号 $\mathbf{z} = \mathbf{p}$ は位置の報告には十分だが、背景の報告には足りない。逆に $\mathbf{z} = \mathbf{b}$ も汎用の解ではない。

将来 $\mathbf{x}$ について何を問うタスクも許すなら、符号は四通りの $(\mathbf{p}, \mathbf{b})$ をすべて区別しなければならない。無限精度の数学では一つの実数でも四通りを符号化できるので、ここでの結論は情報の識別能力についてであり、「ベクトルの次元が 2 以上必要」ということではない。有限精度のもとでは、容量の要求をビット数で表せる。

任意の将来目的に関する簡単な命題

表現 $\mathbf{z} = \mathbf{q}(\mathbf{x})$ が二つの異なる観測 $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}'$ を併合したとする。すると、それらの区別を要求する将来タスク、たとえば $\mathbf{1}\{\mathbf{X} = \mathbf{x}\}$ を出力するタスクが存在する。 $\mathbf{z}$ だけに依存する決定的な解答はこの二つの観測で同じ値をとるので、両方で正解することはできない。

ゆえに、「将来の任意のタスク」が元の観測を任意に区別するタスクを含むなら、情報を失う表現ですべてを達成できる保証はない。将来タスクの範囲が限られている場合に限り、よりコンパクトな十分表現を構成できる。

12 目的を後置するとは何を意味するのか

タスク効用は事前学習の後に指定できるが、表現の情報の取捨は事前学習の中ですでに起きている。データ拡張、マスキング、サンプリング戦略、入力モダリティ、モデル容量、予測ターゲットのいずれもが選択を持ち込む。

したがって「task-agnostic」の穏当な意味は、指定された一つの下流タスクに向けて学習しないということであり、タスク範囲についての仮定がないということではない。

正確に言えばこうなる。まず再利用可能な環境表現とダイナミクスを学習し、保持された情報と学習時のカバレッジが収容できる複数のタスクを支える。新しい目的がこの範囲を超えるなら、エンコーダやダイナミクスモデルの更新、あるいは観測の追加が必要になりうる。

「再利用可能」は程度の問題である。より豊かな情報の保持には通常より多くの記憶、データ、計算が必要だが、汎用の事前学習が単一タスクの性能を高めることもある。単一タスクの性能低下を必然的な代償と言うことはできない。

13 行動の多様性と行動効果の識別

$F(z_t, a_t)$ を学習するうえで重要なのは、データ全体に多くの行動が含まれることではなく、近い状態のもとで行動が十分に変化していることである。状態 0 ではいつも左、状態 1 ではいつも右へ動くなれば、それぞれの状態で行動を変えたときの帰結は直接観察されていない。

カバーされていない状態と行動の組み合わせは構造的な仮定によって外挿するしかなく、学習誤差が小さくても外挿が正しい保証はない。連続な行動を一点ずつ網羅する必要はないが、用いる関数クラスの変化の範囲と識別の強さを支えるだけの変化は必要である。

行動に変化があっても、相関が行動による効果だとは限らない。たとえば重症の患者ほど投薬量が多ければ、投薬量と悪い結果の相関は薬が有害であることを示さない。

z_t が行動選択と将来の結果の間の交絡を十分に制御し、一貫性や条件付きの行動カバレッジなどの条件を満たす場合に限り、観察された遷移から介入遷移を識別できる可能性がある。ランダムな探索は行動選択の問題への対処に役立つ。どのような状態情報を保持するかと、行動効果を識別できるかは相互に関連している。

14 循環論法に陥らずにモデルを評価するには

一般の環境で、必要な状態情報の十分性を保証できる単一の指標はない。次の証拠を組み合わせ、それぞれの範囲を明示するとよい：

1. 固定した予測対象について、学習に使っていないデータで、 z_t だけを用いた予測と履歴 H_t を加えた予測を比較する。履歴が結果を有意に改善するなら、対応する十分性を否定できる。改善しなくても、検出力不足の可能性があるので証明にはならない。
2. 測定可能な状態の代理変数について、異なる行動をカバーしつつ一段階と多段階の予測を行う。これは代理変数に関わる状態情報を検証する。
3. 複数の異なるタスクで再利用能力をテストする。これはタスク横断的な経験的裏付けであり、任意のタスクについての保証ではない。
4. 指定した生成過程と関数クラスについて、十分性、識別可能性、誤差の上界を証明する。保証は仮定の範囲内でのみ成り立つ。

完全な観測の再構成を求めること、潜在座標の直交復元を求めること、特定のタスクに対する十分性を求めることは、異なる評価基準である。まず基準を選び、それから結果を解釈しなければならない。

15 講義で使える主要な結論

1. LLM は token の条件付き分布を予測し、JEPA は埋め込みを直接予測する。これは単一タスクモデルと汎用モデルの境界ではない。
2. LLM が符号化を担い、そこに行動条件付きのダイナミクス予測を加えても、世界モデルの一つの路線になる。
3. 埋め込みの予測が正確でも、保証されるのはエンコーダが保持した部分についての予測性能だけで、保持した部分の選択が正しいことは保証されない。
4. 崩壊の防止は退化解の排除であり、環境状態の情報の復元や十分な保持と同じではない。
5. 可逆な非線形表現は情報の同値性を許す。直交復元はさらにユークリッド幾何の構造の一致を要求する、より強い結論である。
6. 情報の十分性は、将来変数、行動の範囲、時間の期間に相対的に述べなければならない。
7. 背景を無視できるかどうかは、それが関連するダイナミクスや目的に影響するかどうかで決まる。
8. 目的は後置できるが、情報の取捨は先に起きる。捨てられ、保持された情報からも推測できない区別は、タスク層で取り戻すことはできない。
9. 行動の多様性には条件付きのカバレッジが必要であり、さらに行動効果と状態の違いを見分ける必要がある。

10. 2026 年の特定の OU 設定のもとでの定理は、一般の世界モデルに対する十分性の保証ではない。

16 推奨する講義の順序と討論課題

まず s, x, E, z, F の区別を説明し、次に token の予測と埋め込みの予測を比較する。続いて定数への崩壊とガウスの反例で情報の十分性の問題を示す。最後に可逆な変形、タスク関連の状態、目的の後置、行動のカバレッジを論じ、そのうえで特定の理論的保証を紹介する。

学生に考えさせる問い：

- 静的な背景だけを符号化するモデルが、なぜ極めて小さい埋め込み予測誤差を持ちうるのか。
- 回転した状態はなぜ意思決定に使えるのか。非線形な変形では、モデルをどのように連動して変える必要があるか。
- 「特定のタスクに向けて学習しない」ことは、なぜ「任意のタスクを支えられる」ことと同じではないのか。
- 完全な履歴を使っても予測できないランダムな攪乱は、符号化の失敗とみなすのではなく、どう表現すべきか。
- 各状態で一種類の行動しかとられないなら、全体として行動の数が多くても、なぜ不十分なのか。
- 履歴を加えても予測が改善しなかったとき、なぜ十分性が証明されたと直ちに主張できないのか。

17 参考文献と範囲

[1] Radford et al. (2019), [Language Models are Unsupervised Multitask Learners](#)。自己回帰的な言語モデリングとタスク横断的な利用の説明に用いた。

[2] Balestrieri and LeCun (2025), [LeJEPa: Provable and Scalable Self-Supervised Learning Without the Heuristics](#)。表現の予測、崩壊、SIGReg の説明に用いた。本ノートの時間予測の流れは、同論文のすべての実験をそのまま述べたものではない。

[3] Klindt, LeCun and Balestrieri (2026), [When Does LeJEPa Learn a World Model?](#)。確認した版は v1 (2026 年 5 月 25 日)。特に § 3—5、§ 7—8 と付録 D、F を参照。条件付きの座標復元の結論は、より一般的な情報の十分性の問題と区別すべきである。

本ノートの 2 ビットの命題、情報の十分性の定式化、一般の座標変換の導出、ガウス性を保つ情報喪失の反例は、議論を明確にするために示した分析である。引用した論文がこれらの一般的な問題をすでに解決したことを意味するものではない。