

LLM 与 JEPA

世界模型笔记

原理、状态信息与信息充分性

Principles, State Information & Information Sufficiency

- LLM 与 JEPA 的区别
- 防止表示坍塌、状态信息保持与可识别性
- 世界模型的信息充分性

作者：刘庆丰

Qingfeng Liu

目录

LLM 与 JEPA 世界模型的原理及信息充分性1

1 统一符号与概念1

2 LLM 与 JEPA 的直接区别2

3 Loss 与 risk 的严格区分2

4 从通用表示到世界模型3

5 利用 LLM 的世界模型流程3

6 防止塌缩不等于保留状态信息4

7 2026 年可识别性结果究竟证明什么5

8 恢复坐标与保留信息是不同要求5

9 怎样定义所需的信息充分性6

10 为什么完整图像预测不是一般解答7

11 潜在空间为什么随任务而变化7

12 目标后置究竟意味着什么8

13 动作多样性与动作效果识别8

14 怎样评价模型而不循环论证8

15 课堂可用的关键结论8

16 建议的授课顺序与讨论题9

17 参考资料与范围9

LLM 与 JEPA 世界模型的原理及信息充分性

复习与教学笔记 · 2026 年 10 月 6 日

本笔记整理本次讨论形成的概念框架。文献结论在相应位置注明来源；反例、推导与教学框架是本笔记的分析，不应误认为论文已经证明的结果。

核心认识是：世界模型的难点不仅在于预测嵌入如何变化，更在于嵌入保留什么。预测误差小、防止塌缩、保留决策所需信息、恢复真实潜在坐标，是四个不同层次的问题。

1 统一符号与概念

符号	含义	必须区分的对象
s_t	假设存在的真实环境状态	并不一定可以直接观测
x_t	时刻 t 的观测值	图像、传感器读数、文本记录等
a_t	在 t 时刻采取的动作	可以编码为数值特征或 token
H_t	历史 $(x_{1:t}, a_{1:t-1})$	单次观测不充分时需要历史
E_ϕ	编码器或嵌入映射	一个函数，不是嵌入向量本身
z_t	学到的嵌入 $E_\phi(H_t)$	不自动等于 s_t
F_θ	嵌入动态预测器	可以是 MLP、Transformer 或其他模型

“嵌入表示”强调由编码器映射得到；“潜在表示”是较宽泛的术语，不必然包含生成模型。若明确假设 $x_t = g(s_t)$ ，应把真实潜在状态 s_t 与学到的嵌入 z_t 分开。

严格的统计用语中， x_t 是观测值， $x_1, \dots, x_T$ 构成样本；机器学习中常用 sample 指单个数据点，但本笔记避免这种混用。

若环境是部分可观测的，即使 H_t 也未必能确定 s_t 。此时合理对象可能是信念状态 $b_t(s) = p(s_t = s \mid H_t)$ ，或者与它在相关预测上等价的表示；不能要求确定性编码器凭空恢复未被观测的信息。

2 LLM 与 JEPA 的直接区别

2.1 自回归 LLM 预测下一 token 的分布

用 u_j 表示文本序列第 j 个 token，避免把 token 位置与环境时间 t 混为一谈。自回归模型学习：

$$p_\theta(u_{j+1} \mid u_{1:j}).$$

单个位置的损失是负对数概率：

$$\ell_j(\theta) = -\log p_\theta(u_{j+1} \mid u_{1:j}).$$

因此，LLM 不是单纯进行点预测。它在 token 层面给出条件分布；选出或采样一个 token 是后续生成步骤。预训练 LLM 也可以支持多个任务，不能把它等同于单任务 KPI 模型。[1]

2.2 JEPA 预测目标数据的嵌入

时间预测的简化形式是：

$$z_t = E_\phi(H_t), \quad \hat{z}_{t+1} = F_\theta(z_t, a_t).$$

训练目标可以使用嵌入预测误差：

$$\ell_t(\theta, \phi) = \|F_\theta(z_t, a_t) - z_{t+1}\|^2.$$

JEPA 也可预测不同视图或被遮挡部分，不限于相邻时间点；编码器、目标编码器及其训练安排随具体实现变化。以上是教学用的时间动态版本，不是所有 JEPA 的统一实现。[2]

差别在预测层次：自回归 LLM 的直接监督信号是 token，JEPA 的直接监督信号是学到的嵌入。两者都形成内部表示，也都可能参与世界模型系统。平方误差嵌入预测本身没有给出完整的未来条件分布。

3 Loss 与 risk 的严格区分

对 T 个时点，存在 $T - 1$ 个相邻转移。单次损失为上一节的 ℓ_t ；训练的经验风险为：

$$\widehat{R}_T(\theta, \phi) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T-1} \ell_t(\theta, \phi).$$

对应的总体平均风险为：

$$R_T(\theta, \phi) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T-1} \mathbb{E}[\ell_t(\theta, \phi)].$$

如果每一期转移具有相同分布，例如在合适的平稳设定下，才可进一步写成单个期望 $R = \mathbb{E}[\ell_t]$ 。经验风险在代码中常叫 training loss，但理论上应明确层次。

时间序列观测不必独立。经验风险能否逼近总体风险，还需要适当的依赖、遍历性或其他大数定律条件；写出平均值本身并没有给出一致性保证。

固定 E 时，平方误差下不受函数类限制的最优 F 是条件均值：

$$F^*(z, a) = \mathbb{E}[Z_{t+1} \mid Z_t = z, A_t = a].$$

这个结论要求二阶矩存在，并相对于所讨论的数据分布成立。若未来有多种可能性，条件均值不能替代整个条件分布。需要表达不确定性时，应学习概率转移模型，例如 $p_\theta(z_{t+1} \mid z_t, a_t)$ ，配合适当的评分规则。

4 从通用表示到世界模型

建模方式	核心结构	学到什么
专用预测或策略	$(x, a) \rightarrow \text{KPI}$ 或 $x \rightarrow a$	针对具体目标的映射
表示加任务模块	$x \rightarrow z \rightarrow \text{KPI}$	可复用的特征与任务映射
表示加动态模型	$(z_t, a_t) \rightarrow z_{t+1}$	动作条件下的环境演化，可进一步用于规划

这三种方式可以组合。第二种加入动态学习，就可以走向第三种。它们不是互斥的模型家族，也没有“第三种必然精度更低”这样的普遍排序。

专用性与复用性之间的选择涉及信息压缩、数据量、归纳偏置、模型误差和计算成本，不能直接等同于经典 bias-variance 分解。

世界模型可在没有奖励或约束模块时研究。奖励、约束与规划是在应用时加入的部分，不必在解释状态动态原理时预先引入。

5 利用 LLM 的世界模型流程

5.1 编码

把观测历史和过去动作组织为输入，提取 LLM 隐藏层特征，再汇聚或投影为 $z_t = E_{\text{LLM}}(H_t)$ 。若输入包含图像或其他模态，需相应的模态编码器或多模态模型。tokenization、截断、汇聚和投影都可能丢失信息。

5.2 动态学习

用 (z_t, a_t, z_{t+1}) 训练 F 。一个简单起点是固定编码器，只训练预测器。固定编码器避免联合训练中的部分退化方式，却不保证其信息已经充分。

LLM 可以只担当 E ，也可以同时担当 F ；动作既可以作为数值特征输入，也可以编码为 token。行动条件化不要求一种专门的架构。

5.3 从预测环境到按目标选择动作

到这里， E 和 F 回答的是“当前处于什么状态，以及采取不同动作后可能怎样变化”。它们并没有回答“这些变化中，哪一种更符合我们的目标”。例如，同一个运动预测模型可以用于到达指定位置，也可以用于避开某个位置；环境动态相同，行动选择的标准不同。

只有在需要选择动作时，才另行引入任务目标。为把这个目标写成数学形式，可以用 $U_g(s, a)$ 表示任务 g 对状态与动作的评分，这里称为任务效用。它不是预测准确性的指标，也不是编码器或动态预测器的必备训练目标。例如，到达任务可用离目标位置越近评分越高的函数；避开任务则采用不同评分。具体决策还可能需累计未来评分或使用轨迹目标，本笔记不展开这些形式。

给定候选动作序列，世界模型预测后续状态表示或其分布；任务模块再评价这些预测后果，以选择动作。执行一个动作后取得新观测并重新编码，以修正累积误差。下面分析环境表示和预测充分性时，不要求预先训练任务效用；第 8 节仅在解释坐标变换后的决策等价性时再次使用它。

动作覆盖、信息充分、多步误差与行动效果识别，是所有世界模型的共同问题，不能拿这些要求单独否定 LLM 路线。

6 防止塌缩不等于保留状态信息

6.1 常数嵌入的退化

如果编码器把所有历史映射为常数 c ，而 $F(c, a) = c$ ，嵌入预测误差可以为零。模型完全没有学习环境信息。

6.2 高斯正则化的作用与限度

LeJEPA 的 SIGReg 推动观测经编码后形成的嵌入分布接近各向同性高斯。符号上是 $E(H) \stackrel{d}{\approx} \mathcal{N}(0, I)$ ，不是要求每个确定的 $E(H_t)$ 本身都是一个概率分布。它约束分布形状，可以排除常数等塌缩解；这是 LeJEPA 的具体方案，不代表所有 JEPA 都必须采用高斯约束。[2]

正则项通常是针对一批嵌入构成的经验分布计算，不一定能拆成逐个观测损失的简单平均。

6.3 一个保留高斯却丢失动态信息的反例

考虑一个机器人。为排除观测不足的问题，假设它能够直接观测当前位置 p_t 与上一步移动距离 u_t ，即 $x_t = s_t = (u_t, p_t)$ 。动作 a_t 是这一步移动距离，真实动态为：

$$u_{t+1} = a_t, \quad p_{t+1} = p_t + a_t.$$

如果编码器只保留上一步移动距离，而预测器直接输出当前动作：

$$z_t = E(x_t) = u_t, \quad F(z_t, a_t) = a_t,$$

则 $F(z_t, a_t) = z_{t+1}$ ，每一期嵌入预测误差都为零。但是，机器人当前位置 p_t 被舍弃了：两个位置不同、上一步移动距离相同的机器人，具有相同嵌入；执行相同动作后，其下一期位置仍不同。因此，仅凭 z_t 和 a_t ，不能确定下一期位置。

若训练动作 $a_0, a_1, \dots$ 独立地服从标准高斯分布，并令 $u_1 = a_0$ ，则 $z_t = u_t = a_{t-1}$ 也服从标准高斯分布。一条长序列的嵌入经验分布可以逼近该分布；有限序列不要求经验分布精确等于连续高斯分布。这里 u_t 随动作变化，并非时间上不变的常数。

于是，高斯分布约束与零嵌入预测误差可以同时成立，却仍丢失预测未来位置所需的信息。这是本笔记构造的原理反例，使用一维嵌入压缩二维状态，并采用动作条件预测器；它不满足第 7 节的等维 OU 对齐定理条件，不是对该定理的反驳。

这个反例说明：对已保留信息的可预测性，与对需要保留信息的充分性，不是同一件事。

7 2026 年可识别性结果究竟证明什么

Klindt、LeCun 和 Balestrieri 的论文《When Does LeJEPA Learn a World Model?》主要正向结果研究标准高斯潜在状态、同一相关系数的 OU 型转移、等维嵌入，以及总体最优的相邻嵌入对齐。所得结论是 $E(g(s)) = Qs$ ，其中 Q 正交。[3, §3–5]

其核心动态写为：

$$s_{t+1} = \rho s_t + \sqrt{1 - \rho^2} \eta_t, \quad \eta_t \sim \mathcal{N}(0, I), \quad \eta_t \perp s_t.$$

OU 指 Ornstein–Uhlenbeck，金融中熟悉的均值回归过程。上述是零均值、单位平稳方差的离散形式。

必须注意：该主要目标直接对齐 $E(x_{t+1})$ 与 $E(x_t)$ ，没有任意可学习预测器 F 。论文承认维度不匹配、有限数据与优化的限制；行动条件转移还需另学。近似最优保证不等于任意生成过程错误下的稳健保证。[3, §7–8、附录 D]

这些条件允许观测映射复杂，却不使潜在动态具有一般性。不能把该定理表述为“高斯正则化保证通用世界模型保留状态信息”。对于任意 g ，恢复还要求观测含有足够信息，使目标映射可由编码器实现；若 g 把不同状态映成相同观测，不能凭单次观测区分它们。

8 恢复坐标与保留信息是不同要求

要求	表达	含义
原坐标恢复	$z = s$	最强的坐标要求
正交恢复	$z = Qs$	允许旋转和反射，保留欧氏距离与角度
可逆线性编码	$z = As$	保留信息，允许拉伸和剪切

要求	表达	含义
可逆非线性编码	$z = h(s)$	保留信息，不一定保留欧氏几何
相关信息充分	$z = q(s)$ ，可多对一	可以丢弃不影响指定预测或决策的区别

如果 h 可逆，确定性动态 $s_{t+1} = f(s_t, a_t)$ 在新坐标中变成：

$$z_{t+1} = h(f(h^{-1}(z_t), a_t)).$$

以上只说明环境动态如何变换，并不需要效用函数。如果进一步考虑第 5.3 节所说的任务决策，原状态坐标中的评分 $U_g(s, a)$ 也必须改写为嵌入坐标中的评分：

$$\widetilde{U}_g(z, a) = U_g(h^{-1}(z), a).$$

这只是对同一状态与动作使用新坐标表达，不是更换任务目标。动态和任务评分一致转换时，对应行动的后果与评分保持相同，从而决策问题等价。因此，可逆变形不会必然损失信息；若只讨论动态预测，可以暂时略过任务评分这一层。

但是，变形可以使原来简单的函数变复杂。信息等价不保证有限网络、有限数据和有限算力下同样容易学习。随机转移也应整体转换其概率核，而不是只转换均值。

如果 h 多对一，要使 z 仍然成为有效动态状态，需满足更强的合并条件：被合并的状态在同一动作下，对下一期等价类具有相同转移概率；若涉及任务，其相关结果也必须一致。任意压缩并不会自动保持马尔可夫性。

9 怎样定义所需的信息充分性

先固定一类未来变量 Y 、一个动作范围和预测跨度。理想要求是：给定动作方案后，用 z_t 与用完整历史 H_t 得到相同的 Y 分布。例如在干预语义下：

$$\mathcal{L}(Y \mid H_t, \text{do}(\mathbf{a})) = \mathcal{L}(Y \mid z_t, \text{do}(\mathbf{a})).$$

这里 $\mathbf{a}$ 是未来动作序列， $\mathcal{L}$ 表示条件分布。这个式子是充分性的定义性要求，不是从 JEPA 损失自动得出的结论；从观察数据识别干预分布还需要条件。

只对当前行为策略下的一步预测充分，不保证对新策略或长时段预测充分。仅对一类 Y 充分，也不保证对另一类未来变量充分。

若不讨论干预，可先检验观测条件分布 $p(Y \mid H_t, a_t) = p(Y \mid z_t, a_t)$ ；这只说明该数据分布下的预测充分性，不能未经额外假设用于行动因果评价。

10 为什么完整图像预测不是一般解答

用完整未来图像作目标，会把背景、纹理和光照等可预测细节纳入评价。它可以检查相对于图像的信息保留，却不一定对应我们希望学习的状态空间。

另一方面，直接用“相关未来信息”评价，又必须说明相关性的标准。存在三种不同情况：

评价对象	能检验什么	不能据此推出什么
未来完整观测	对观测的预测能力	已找到合适的抽象状态
独立测量的状态代理，如位置 和速度	对这些状态量的预测能力	对未测量状态也充分
某个任务结果或完成度	对该任务的有效性	对未来任意任务充分

直接评价嵌入预测，又存在评价目标随编码器改变的问题。一个编码器保留运动，另一个只保留静态背景，二者的误差尺度和预测难度不同；其原始 MSE 通常不能直接用来比较状态质量。

因此，仅看到低嵌入误差、非塌缩分布或一个任务成功，都不足以单独证明表示适合开放范围的未来任务。

11 潜在空间为什么随任务而变化

应区分假设中的完整物理状态 s 与任务所需的抽象状态 $s^{(g)} = q_g(s)$ 。任务改变不必使真实物理世界改变，却会改变合理的状态取舍。

例如，观测包含物体位置与背景颜色。只预测运动时，背景颜色可能可以忽略；辨识场景或颜色时，它必须被保留。如果背景包含障碍物，它对运动也可能重要，不能根据“背景”这个名称直接判定无关。

不指定完整生成机制时，“真实潜在空间”也可能存在多种等价建模方式。需要明确我们指物理假设中的状态、可观测历史所支持的预测状态，还是某个任务的最小充分状态。

一个两比特例子

设 $x = (p, b)$ ，其中位置类别 p 与背景类别 b 都取 0 或 1。编码 $z = p$ 对报告位置足够，但对报告背景不够。相反， $z = b$ 也不是通用解。

若未来允许任何询问 x 的任务，则编码必须区分全部四种 (p, b) 。在无限精度数学中，一个实数也可编码四种情况，所以这里的结论是信息区分能力，而不是“向量维度至少为二”。在有限精度下，可以通过比特数表达容量要求。

关于任意未来目标的简单命题

假设表示 $z = q(x)$ 合并了两个不同观测 $x \neq x'$ 。则存在一个未来任务要求区分它们，例如输出 $\mathbf{1}\{X = x\}$ 。任何只依赖 z 的确定性解答在这两个观测上相同，因此不能同时正确。

所以，若“未来任意任务”包括任意区分原始观测的任务，有损表示不能保证全部完成。若未来任务范围受到限制，才可能构造更紧凑的充分表示。

12 目标后置究竟意味着什么

任务效用可以在预训练之后指定，但表示的信息取舍已经在预训练中发生。增强方式、遮挡、采样策略、输入模态、模型容量与预测目标都引入选择。

因此，“task-agnostic”较稳妥的意思是不针对一个指定下游任务训练，而不是没有任务范围假设。

准确表述是：先学习可复用的环境表示与动态，再支持其保留的信息和训练覆盖能够容纳的多种任务。新目标超出这个范围时，可能需要更新编码器、动态模型或增加观测。

“可复用”是程度问题。更丰富的信息保留通常需要更多存储、数据或计算，但通用预训练也可能提高单任务表现；不能把单任务性能下降说成必然代价。

13 动作多样性与动作效果识别

要学 $F(z_t, a_t)$ ，重要的是相近状态下有足够的动作变化，而不只是数据整体含有很多动作。若状态 0 总向左、状态 1 总向右，就没有直接观察到两个状态各自换动作的后果。

没有覆盖的状态与动作组合，只能靠结构假设外推，训练误差小不保证外推正确。连续动作不必逐点遍历，但需要支持所用函数类的变化范围与识别强度。

即使动作有变化，相关性也不必是动作造成的效果。例如，重症患者用药更多，药量与较差结果相关不能说明药物有害。

如果 z_t 足够控制行动选择与未来结果之间的混杂，并满足一致性和条件动作覆盖等条件，观察转移才有可能识别干预转移；随机探索可帮助处理行动选择问题。保留怎样的状态信息与能否识别动作效果相互关联。

14 怎样评价模型而不循环论证

没有单一指标能对一般环境保证所需状态信息充分。可以组合以下证据，并说明各自范围：

1. 在固定预测对象上，用未参与训练的数据比较只用 z_t 和加入历史 H_t 的预测。如果历史显著改善结果，可否定相应充分性；不改善不构成证明，因为检验能力可能不足。
2. 对可测量的状态代理进行一步和多步预测，覆盖不同动作；这检验代理所涉及的状态信息。
3. 在多个不同任务上测试复用能力；这是跨任务的经验支持，而不是任意任务保证。
4. 对指定生成过程和函数类证明充分性、可识别性或误差界；保证仅在假设范围内成立。

要求重建完整观测、要求正交恢复潜在坐标、要求特定任务充分，是不同评价标准。必须先选定标准，再解释结果。

15 课堂可用的关键结论

1. LLM 预测 token 的条件分布，JEPA 直接预测嵌入；这不是单任务与通用模型的分界。
2. LLM 提供编码，再加入动作条件动态预测，也能构成世界模型路线。
3. 预测嵌入准确，只保证对编码器保留部分的预测表现，不保证保留部分选择正确。
4. 防止塌缩是排除退化解，不等于恢复或充分保留环境状态信息。
5. 可逆非线性表示允许信息等价；正交恢复还要求欧氏几何结构一致，是更强的结论。
6. 信息充分性必须相对于未来变量、动作范围与时间跨度说明。

7. 背景是否可以忽略，取决于它是否影响相关动态或目标。
8. 目标可以后置，但信息取舍先发生；被丢弃且无法由保留信息推知的区别，无法靠任务层重新获得。
9. 动作多样性需要条件覆盖，还要分辨动作效果与状态差异。
10. 2026 年特定 OU 设定下的定理，不是对一般世界模型的充分性保证。

16 建议的授课顺序与讨论题

先讲 s, x, E, z, F 的区别，再比较 token 与嵌入预测；随后用常数塌缩和高斯反例说明信息充分性问题。最后讨论可逆变形、任务相关状态、目标后置与动作覆盖，再介绍特定理论保证。

可让学生回答：

- 一个模型只编码静态背景，为什么可能有极低的嵌入预测误差？
- 为什么旋转后的状态可以用于决策？非线性变形需要怎样同步改变模型？
- “不针对具体任务训练”为什么不等于“能支持任意任务”？
- 用完整历史也预测不了的随机扰动，应该如何表示，而不是当成编码失败？
- 如果每个状态只有一种动作，为什么整体动作数量多仍然不够？
- 加入历史未改善预测，为什么不能直接宣称充分性已经被证明？

17 参考资料与范围

[1] Radford et al. (2019), [Language Models are Unsupervised Multitask Learners](#)。用于说明自回归语言建模与跨任务使用。

[2] Balestrieri and LeCun (2025), [LeJEPA: Provable and Scalable Self-Supervised Learning Without the Heuristics](#)。用于说明表示预测、塌缩与 SIGReg；本笔记的时间预测流程并非该论文全部实验的直接复述。

[3] Klindt, LeCun and Balestrieri (2026), [When Does LeJEPA Learn a World Model?](#)，核对版本为 v1，2026 年 5 月 25 日。尤其参见 § 3—5、§ 7—8 与附录 D、F。条件性的坐标恢复结论应与更一般的信息充分性问题区分。

本笔记的两比特命题、信息充分性表述、一般坐标变换推导和高斯信息丢失反例，是为澄清讨论而给出的分析。它们不表示引用论文已经解决这些一般问题。